Pierre

GUIDE PRATIQUE

D'ARPENTAGE DE NIVELLEMENT

et de

STADIMÉTRIE

à l'usage des

PRÉPOSÉS DES EAUX ET FORÊTS

et d'une manière générale des

GÉOMÈTRES, ARPENTEURS ET TOPOGRAPHES

PAR

V. CAPODUORO & J. DINNER

Inspecteurs des Eaux et Forêts

Nouvelle Edition revue et considérablement augmentée

PAR

C. BERNARD

Sous-Directeur de l'Ecole Nationale des Eaux et Forêts

NANCY

SOCIÉTÉ D'IMPRESSIONS TYPOGRAPHIQUES

4 et 6, Rue de la Croix-de-Bourgogne, 4 et 6

1925

GUIDE PRATIQUE

D'ARPENTAGE DE NIVELLEMENT

et de

STADIMÉTRIE

à l'usage des

PRÉPOSÉS DES EAUX ET FORÊTS

PAR

V. CAPODUORO & J. DINNER

Inspecteurs des Eaux et Forêts

Nouvelle Edition revue et considérablement augmentée

PAR

C. BERNARD

Sous-Directeur de l'Ecole Nationale des Eaux et Forêts

NANCY

SOCIÉTÉ D'IMPRESSIONS TYPOGRAPHIQUES

4 et 6, Rue de la Croix-de-Bourgogne, 4 et 6

1925

décimale, ou *mantisse*, parce qu'elle permet de déterminer les chiffres significatifs du nombre. La *caractéristique* du logarithme ne sert qu'à déterminer la position de la virgule, c'est-à-dire à déterminer le nombre des chiffres de la partie entière du nombre correspondant au logarithme. Par suite, si l'on sait d'avance le nombre de chiffres entrant dans la composition de la partie entière du logarithme, les opérations à faire se borneront à des sommes ou à des différences de mantisses. Dans les calculs topographiques, on se trouve généralement dans ce cas.

Nous allons examiner, dans ce qui suit, la construction et le mode d'emploi de « *la règle à calcul du topographe* » du colonel Goulier, modifiée par H. Vallot. Il existe un grand nombre de types de règles à calcul : nous choisissons celui-là, parce que c'est l'un des mieux adaptés aux besoins des forestiers et l'un des moins coûteux. D'ailleurs quiconque saura se servir de la « *règle du topographe* » sera capable de comprendre, à la seule inspection d'un autre modèle, comment il est construit et comment on doit s'en servir.

330. Règle a calcul du topographe, modèle Goulier, modifiée par H. Vallot. — *Description:* Nous supposerons que le lecteur a cette règle sous les yeux. A défaut de cette règle, il pourra suivre les explications ci-après sur les figures 143 *a* et 143 *b*, 143 *c*.

Elle se compose, comme toutes les échelles logarithmiques d'emploi courant, d'une règle et d'une réglette, cette dernière pouvant coulisser dans l'intérieur de la règle, grâce à un dispositif à rainure et languette. L'ensemble est représenté figure 143 *a*. Les faces supérieures de la règle et de la réglette, qui sont dans la même surface plane, portent les graduations dont nous parlerons plus loin. Les longs côtés de la règle, taillés en biseau, portent l'un une échelle millimétrique ordinaire, l'autre une graduation pour le report des distances à l'échelle de 1/20.000. Il ne sera plus question, par la suite, de ces deux graduations.

A. *Règle*. — Enlevons la réglette. 1° Sur le bord supérieur de la rainure de la règle fig. 143 *b*), est gravée une graduation, en parties inégales, qui est en même temps l'échelle des sinus et celle des cosinus et qui porte, pour ce motif, une double chiffraison. Les nombres indiqués sont des grades.

La chiffraison inférieure correspond aux sinus des angles. A son extrémité droite correspond l'angle de 100 grades et à son extrémité gauche l'angle de trois grades. On peut donc y lire tous les angles compris entre 100 grades et 3 grades. Des divisions intercalaires permettent de lire les fractions de division, mais ces

fractions ont une amplitude qui varie d'une extrémité à l'autre de l'échelle.

Vers l'extrémité droite, de la graduation 100 à la graduation 90, on lit les grades à l'estime, cependant il y a un trait correspondant à l'angle de 95 grades.

De 90 à 80 grades, chaque division correspond à deux grades.

De 80 à 60 grades, chaque division correspond à un grade.

De 60 à 40 grades, chaque division correspond à un demi-grade.

De 40 à 20 grades, chaque division correspond à deux décigrades.

De 20 à 10 grades, chaque division correspond à un décigrade.

De 10 à 4 grades, chaque division correspond à cinq centigrades.

Enfin, de 4 à 3 grades, chaque division correspond à deux centigrades.

Les fractions de division sont lues à l'estime.

Les angles plus petits que 3 grades ne sont pas représentés, mais à leur égard on utilise un artifice dont nous parlerons plus loin.

La chiffraison supérieure de cette même échelle correspond aux cosinus des angles. Chaque nombre inscrit à cette chiffraison est égal à celui qu'on obtient en retranchant de 100 grades le nombre correspondant de la chiffraison des sinus. Et il doit en être ainsi, parce que le cosinus d'un angle est égal au sinus de son complément. Il en résulte que l'échelle des cosinus correspond, de la droite vers la gauche, aux angles compris entre 0 et 97 grades. Les lectures sont faites comme sur l'échelle des sinus, mais en sens inverse et avec la même approximation.

Le trait 0-100 de l'échelle des cosinus et sinus est en outre indiqué par la lettre T. De plus, un autre trait T est gravé vers la gauche de l'échelle, entre les graduations $6^{gr}35$ et $6^{gr}40$ de l'échelle des sinus et, par suite, entre les graduations $93^{gr}65$ et $93^{gr}60$ de l'échelle des cosinus.

Ces deux traits T sont placés exactement en face des graduations 1 et 10 de l'échelle du bord inférieur de la rainure de la règle, échelle dont nous allons parler.

2° Sur le bord inférieur de la rainure de la règle (fig. 143 *b*), est gravée une échelle dite des *nombres* ou des *produits* qui est, elle aussi, divisée en parties inégales. Elle comprend deux portions. La première portion, située sur la droite, correspond à des traits gravés numérotés 1, 2, 3... 10 et entre lesquels sont gravés d'autres traits inégalement distants, numérotés ou non. Etant donné un nombre quelconque, entier ou non, ce nombre correspond à un point de cette échelle situé exactement sur l'un des traits gravés, ou entre deux traits. Dans ce dernier cas, le point correspondant au nombre considéré est placé par l'opérateur à l'estime et mentalement.

Pour placer sur cette échelle le point correspondant à un nombre, on doit faire abstraction de la virgule s'il y en a une et des zéros placés à sa droite. Il en résulte que si l'on considère par exemple les nombre 3480, 348, 34.8, 3.48, 0.348, 0.0348, etc... ils sont représentés par le même point sur l'échelle des *nombres* ou des *produits*.

La portion comprise entre les traits 1 et 10 est prolongée vers la gauche par une graduation correspondant aux nombres compris entre 4, 7 et 10, le chiffre 10 étant représenté par le chiffre 1. Cette graduation supplémentaire est la reproduction exacte de la portion de l'échelle principale comprise entre les traits correspondants aux nombres 4, 7 et 10.

Il en résulte que les nombres dont les deux premiers chiffres significatifs à gauche sont compris entre 4, 7 et 10 sont représentés, à la volonté de l'opérateur, par un point de l'échelle principale ou par un point de l'échelle supplémentaire ; mais on remarquera que, d'après le mode même de construction de l'échelle, l'intervalle existant entre ces deux points figuratifs d'un même nombre donné est égal à l'intervalle qui sépare les nombres 1 et 10 de l'échelle principale. Cet intervalle est aussi égal par conséquent à celui qui sépare les deux traits T de l'échelle du bord supérieur de la rainure.

A cet intervalle on donne le nom de *module* de la règle à calcul. Dans la règle que nous décrivons, il est exactement égal à 250 millimètres.

Enfin un trait marqué 1' est gravé sur l'échelle supplémentaire, à l'emplacement figurant le nombre 63.7, qui est égal approximativement à $\frac{200}{3.1416}$

B. *Réglette* (fig. 143 *c*). — Comme la *règle*, elle porte deux échelles.

1° L'échelle gravée le long du bord supérieur de la réglette est en même temps l'échelle des tangentes et celle des cotangentes des angles. Elle porte, aussi, une double chiffraison ; les graduations sont en partie inégales et les nombres indiqués sont des grades.

La signification du mot *tangente* est simple. Supposons que nous ayons mesuré l'inclinaison d'une ligne du terrain par rapport à l'horizon. Nous avons obtenu un certain angle : la tangente de cet angle n'est pas autre chose que la *pente* de la ligne considérée.

Quant à la cotangente de cet angle, on l'obtient en divisant l'unité par le nombre qui exprime la valeur de sa tangente.

La chiffraison supérieure de l'échelle dont nous parlons correspond aux tangentes des angles. De la gauche vers la droite, les angles sont chiffrés de 50 grades à 3 grades. Seules les valeurs principales des angles sont gravées. De même que dans l'échelle des sinus, des divisions intercalaires permettent de lire les fractions de grade.

Les angles inférieurs à 3 grades et ceux supérieurs à 50 grades ne sont donc pas représentés sur l'échelle. A l'égard des angles inférieurs à 3 grades, on utilise l'artifice auquel nous avons fait allusion à propos des sinus. Quant aux angles plus grands que 50 grades, on n'a pas d'ordinaire à les employer, car, dans la pratique, l'inclinaison des visées faites à la lunette ne dépasse pas cette limite de 50 grades.

La chiffraison inférieure de l'échelle que nous examinons correspond aux cotangentes des angles. Chaque nombre inscrit à cette chiffraison est égal à celui que l'on obtient en retranchant de 100 grades le nombre correspondant à la chiffraison des tangentes.

Ici encore, il doit en être ainsi parce que la cotangente d'un angle est égale à la tangente de son complément. Il en résulte que l'échelle des cotangentes correspond, de la gauche vers la droite, aux angles compris entre 50 et 97 grades.

Le trait 50 de l'échelle des tangentes et cotangentes est en outre indiqué par la lettre S. Un autre trait S est gravé vers la droite de l'échelle, entre les graduations $6^{gr}30$ et $6^{gr}35$ de l'échelle des tangentes et, par suite, entre les graduations $93^{gr}70$ et $93^{gr}65$ de l'échelle des cotangentes. Ces deux traits sont espacés d'une longueur égale au module de la règle. Ils correspondent respectivement aux traits 1 et 10 de l'échelle inférieure de la réglette dont il nous reste à parler.

2° Sur le bord inférieur de la réglette (fig. 143 *c*), est gravée une échelle dite des *nombres* ou des *distances* qui comprend deux portions.

La première portion, comprise entre les traits numérotés 1 et 10, est identique à la portion de même nature gravée sur le bord inférieur de la rainure de la règle, et on y lit les nombres comme on les lit sur cette dernière.

Vers la droite, la première portion est prolongée par une deuxième correspondant aux nombres compris entre 10 et 21. L'intervalle compris entre le trait 10 et le trait 21 est égal à celui qui existe entre les traits 1 et 2.1 de la portion principale de la même

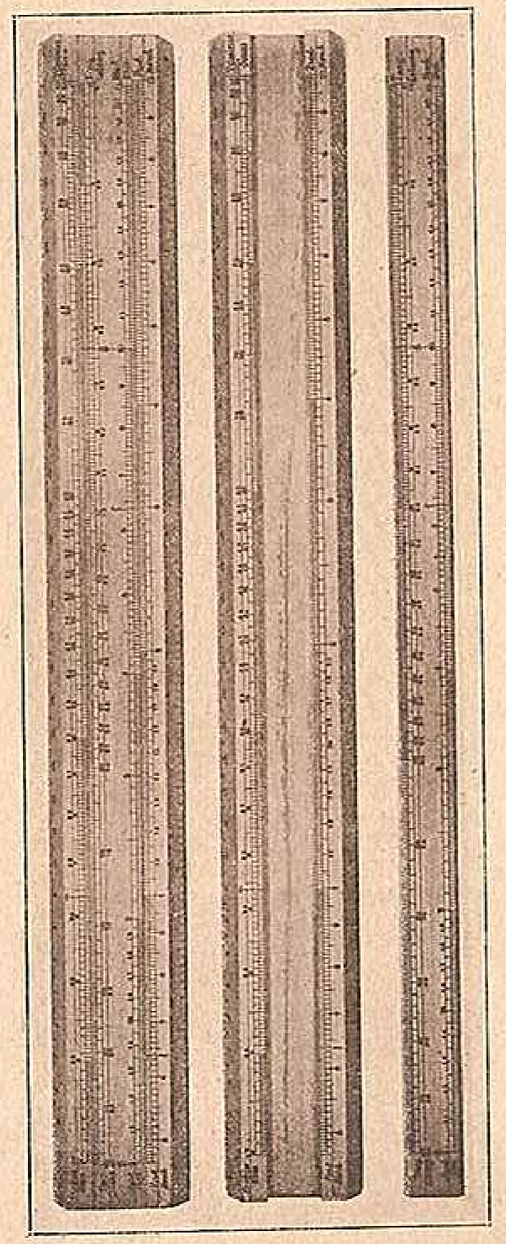


Fig. 143

échelle et est divisée identiquement de la même manière. Ce que nous avons dit de la façon de trouver le point correspondant à un nombre sur l'échelle du bord inférieur de la rainure de la règle est applicable à l'échelle du bord inférieur de la réglette. Toutefois les points correspondant aux nombres dont les deux premiers chiffres significatifs à gauche sont compris entre 10 et 21, sont au nombre de deux séparés par un intervalle égal au module, tandis que les nombres dont les deux premiers chiffres significatifs sont compris entre 21 et 100, ou ce qui revient au même entre 2,1 et 10 ne sont représentés que par un seul point de l'échelle.

Enfin, un trait gravé et représenté par le signe 1˙ correspond au nombre 63.7 comme dans le cas de l'échelle du bord inférieur de la rainure de la règle.

331. Mode d'emploi de la règle a calcul Goulier, modifiée par H. Vallot.

331 *bis*. A. *Produit de deux nombres.* — On cherche d'abord les chiffres significatifs du produit, puis, s'il y a lieu, on place la virgule.

Recherche des chiffres significatifs du produit. — On fait abstraction des virgules que peuvent présenter le multiplicande et le multiplicateur, et on ne considère que les nombres formés par leurs chiffres significatifs, puis on procède comme suit :

Soit A le multiplicande et B le multiplicateur.

1° On cherche sur l'échelle *produits nombres* du bord inférieur de la rainure de la règle, le point correspondant aux chiffres significatifs du nombre A.

2° On amène en regard de ce point, en faisant coulisser la réglette, l'un des traits 1 à 10 (à volonté) de l'échelle *nombres-distances* du bord inférieur de celle-ci.

3° On cherche sur cette dernière échelle le point correspondant aux chiffres significatifs du nombre B.

4° Et en regard de ce point on lit sur l'échelle des *produits-nombres* de l'échelle du bord inférieur de la rainure de la règle les chiffres significatifs du produit $P = A \times B$.

Placement de la virgule. — L'opération du placement de la virgule ne présente pas de difficultés lorsqu'on opère sur des nombres simples. Dans le cas contraire, on conviendra que les nombres décimaux plus petits que l'unité et comprenant n zéros après la virgule contiennent — n chiffres entiers, et on appliquera la règle suivante :

Le nombre des chiffres de la partie entière d'un produit de deux facteurs est égal à la somme algébrique des nombres des chiffres des parties entières du multiplicande et du multiplicateur ou égal à cette somme diminuée d'une unité.

Le nombre des chiffres entiers du produit est égal à la somme algébrique lorsque le multiplicateur est lu à gauche du trait 1 ou 10 qui a été placé en regard du multiplicande et à cette somme algébrique moins un dans le cas contraire.

Soit à multiplier 78.3 par 1.15 (voir fig. 144 *b*).

Le trait 10 de l'échelle *nombres-distances* de la réglette est amené en regard de 783 lu sur l'échelle *nombres-produits* de la règle. Puis en regard de 115 lu sur l'échelle *nombres-distances* de la réglette, on lit sur l'échelle *nombres-produits* de la règle le nombre suivant: 901.

La somme des nombres des chiffres des parties entières du multiplicande et du multiplicateur est: $2 + 1 = 3$; mais le nombre 1.15 a été lu à droite du trait 10 de l'échelle des *nombres-distances*; le nombre des chiffres de la partie entière du produit est donc de $3 - 1 = 2$ et ce produit est 90.1. Le calcul direct donnerait: 90.045.

Soit à multiplier 0.783 par 0.00115. On obtiendra les mêmes chiffres significatifs 901, mais ici on a: nombre de chiffres significatifs de la partie entière du produit $= 0 - 2 - 1 = -3$. Le produit cherché est donc: 0.000901.

Soit encore à multiplier 7,83 par 0.082. On trouve (fig. 144 *b*), en opérant sur 783 et 82 que les chiffres significatifs du produit sont: 642. Ici le nombre 82 est lu à gauche du trait 10 de la réglette. Le nombre des chiffres de la partie entière du produit est donc: $1 - 1 = 0$ et ce nombre est: 0,642. Le calcul direct donne 0.64206.

Remarque I. — Il peut arriver que, lorsque la réglette a été placée comme il vient d'être dit, le point de l'échelle *nombres-distances* de la réglette correspondant au multiplicande tombe en dehors des limites de l'échelle des *nombres-produits* de la règle. Dans ce cas on recommence l'opération après avoir déplacé la réglette vers la droite ou vers la gauche d'une longueur égale au module, c'est-à-dire en utilisant le trait 1 si on avait employé le trait 10, ou inversement, et en mettant ce nouveau trait en regard du même point que précédemment de l'échelle des *nombres-produits* de la règle.

Remarque II. — Il est bien évident que deux nombres étant donnés, dont on veut obtenir le produit, il est indifférent de choisir l'un ou l'autre comme multiplicande ou comme multiplicateur.

332. B. *Produit d'un nombre quelconque de facteurs.* — On fait

d'abord le produit des deux premiers facteurs, puis on multiplie le nombre obtenu par le troisième facteur et ainsi de suite. Dans certaines règles à calcul, on peut faire déplacer un curseur, portant un trait de repère le long de la règle. Grâce à ce curseur, la lecture des produits successifs peut être évitée, ce qui rend les opérations plus rapides; mais la règle Vallot ne porte pas de curseur, parce qu'ordinairement, en topographie, on a rarement à faire des produits de plus de deux facteurs. D'ailleurs l'adjonction d'un curseur augmente le prix de l'instrument.

333. C. *Carré d'un nombre.* — Cette opération, qui consiste à multiplier un nombre par lui-même, se fait comme une multiplication ordinaire. Par exemple (fig. 144 *b*), le carré de 7.83 est 61.3 (carré exact: 61.3089).

Dans beaucoup de modèles de règles à calcul, parallèlement à l'échelle des *nombres produits* est gravée une autre échelle dont le module est égal à la moitié du module de l'échelle des *nombres produits.* C'est l'échelle des carrés. Elle est disposée généralement en-dessous de l'autre, sur le bord inférieur de la règle et de telle sorte que le trait 1 de la première soit juste en face du trait 1 de la deuxième.

La correspondance entre les deux échelles se fait avec un curseur sur lequel est gravé un trait de repère. On amène le trait du curseur sur le nombre dont on cherche le carré, lu sur l'échelle ordinaire, et on trouve ce carré sur l'échelle à module réduit, en regard du même trait de repère.

334. D. *Cube d'un nombre.* — Cette opération s'effectue comme le produit de trois facteurs, mais ici les facteurs sont égaux au nombre à élever au cube. Certaines règles à calcul possèdent une échelle dite des cubes, disposée comme celle des carrés, mais dont le module est égal au tiers du module de l'échelle des *nombres-produits.* Elle s'utilise aussi à l'aide d'un curseur.

335. E. *Extraction des racines carrées et cubiques.* — Ces opérations ne peuvent se faire que par tâtonnements successifs lorsqu'on utilise la règle du topographe. Elles sont au contraire instantanées si on fait usage d'un modèle de règle portant des échelles des carrés et des cubes. Le trait de repère du curseur étant amené en regard du nombre dont on veut extraire la racine carrée ou la racine cubique lu sur l'échelle des carrés ou cubes, on trouve le nombre cherché sur l'échelle des *nombres-produits* en regard du même trait de repère du curseur.

336. F. *Quotient de deux nombres.* — On cherche d'abord les

chiffres significatifs du quotient, puis s'il y a lieu on place la virgule.

Recherche des chiffres significatifs du quotient. — On fait abstraction des virgules que peuvent présenter le dividende et le diviseur. On ne considère donc que les nombres formés par leurs chiffres significatifs, puis on procède comme suit:

Soit A le dividende et B le diviseur.

1° On cherche sur l'échelle *produits-nombres* du bord inférieur de la rainure de la règle le point correspondant aux chiffres significatifs du nombre A.

2° On amène en regard de ce point le point de l'échelle *nombres-distances* de la réglette correspondant aux chiffres significatifs du nombre B.

3° On lit les chiffres significatifs du quotient cherché sur l'échelle *nombres-produits* de la règle, en regard du trait 1 ou 10 de l'échelle *nombres-distances* de la réglette.

Placement de la virgule. — Soit m le nombre le chiffres entiers du dividende et n celui du diviseur; m et n étant calculés comme il a été dit plus haut (sous-paragraphe A), dans le cas où les nombres A et B sont plus petits que l'unité. Suivant le cas, m et n pourront être positifs ou négatifs.

Le nombre des chiffres de la partie entière du quotient est, ou bien la différence algébrique du nombre des chiffres entiers du dividende, et du nombre des chiffres entiers du diviseur ou bien cette différence plus un.

Le nombre des chiffres entiers du quotient est $m - n$ si la lecture sur l'échelle des *nombres-produits* de la règle se fait à droite du point où dividende et diviseur coïncident, ou à $m - n + 1$ dans le cas contraire.

Soit à diviser 90.1 par 1.15 (fig. 144 *b*). Le point correspondant à 115 de l'échelle *nombres-distances* de la réglette étant amené en regard du point correspondant au nombre 901 de l'échelle des *nombres-produits* de la règle, on lit sur celle-ci le nombre cherché 783 en regard du trait 1 ou du trait 10 de l'échelle des nombres-produits de la réglette.

Ici $m = 2$, $n = 1$. D'autre part, la lecture a été faite à gauche du point de coïncidence de l'échelle *nombres-produits* de la règle. Le nombre des chiffres de la partie entière du quotient est donc $m - n + 1 = 2 - 1 + 1 = 2$ et le quotient cherché est 78.3.

Soit encore à diviser 0.901 par 11.5. On obtient les mêmes chiffres significatifs pour le quotient, que dans le cas précédent; mais ici $m = o$, $n = 2$ et la lecture se fait à gauche du point de

coïncidence. Le nombre des chiffres de la partie entière du quotient est donc $0 - 2 + 1 = -1$. Le quotient est donc: 0.0783.

Autre exemple: soit à diviser 63.8 par 0.0815. On lit les chiffres caractéristiques du quotient 783 à droite du point de coïncidence. Comme $m = 2$, $n = -1$, la partie entière du quotient a: $2 - (-1) = 3$ chiffres. Celui-ci est donc: 783.

337. G. *Inverse d'un nombre.* — Prendre l'inverse d'un nombre, c'est diviser l'unité par ce nombre. Cette opération se fait comme une division ordinaire.

338. H. *Valeur naturelle du cosinus d'un angle.* — Nous avons indiqué au N° 153 ce qu'il fallait entendre par cosinus d'un angle: c'est un nombre toujours plus petit que l'unité par lequel il faut multiplier une longueur inclinée d'un certain angle par rapport à l'horizon pour avoir la valeur de sa projection horizontale.

Pour obtenir les chiffres significatifs du cosinus d'un angle compris entre 0 et 97 grades, on place en regard de cet angle lu sur l'échelle des cosinus de la règle, l'un des traits S de la réglette et on lit sur l'échelle des *nombres-produits* de la règle le résultat cherché en regard de l'un des traits S de la réglette. Ainsi (fig. 144 *b*) les chiffres significatifs du cosinus de l'angle de $42^{gr}70$ sont 783. On placera facilement la virgule sachant que le cosinus de 0 grade est égal à l'unité, que le cosinus de $93^{gr}62$ est égal à 1/10 et que le cosinus des angles compris entre $93^{gr}62$ et 97 grades est compris entre 1/10 et 1/100.

L'angle $42^{gr}70$ étant compris entre 0 et $93^{gr}62$, son cosinus est compris entre 1 et 1/10. Il est donc égal à 0.783.

Pour les angles compris entre 97 et 100 grades, on applique la règle suivante: « Le cosinus d'un angle est égal au sinus de son complément. » Par suite, le cosinus de $98^{gr}43$ est égal au sinus de 1.57 et on cherchera la valeur de ce sinus comme nous allons l'indiquer au sous-paragraphe suivant:

339. I. *Valeur naturelle du sinus d'un angle.* — Nous avons vu, au N° 180, que le sinus d'un angle est un nombre toujours plus petit que l'unité par lequel il faut multiplier une longueur inclinée de cet angle, par rapport à l'horizon, pour obtenir la différence de niveau existant entre les deux extrémités de la longueur considérée.

Pour obtenir les chiffres significatifs du sinus d'un angle, deux cas sont à considérer suivant que l'angle est compris entre 3 et 97 grades ou entre 0 et 3 grades.

Premier cas: *Sinus d'un angle compris entre 3 et 97 grades.* —

On place, en regard de cet angle lu sur l'échelle des sinus de la règle, l'un des traits S de la réglette et on lit sur l'échelle des *nombres-produits* de la règle, le résultat cherché en regard de l'un des traits S de la réglette.

Ainsi (fig. 144 *b*) les chiffres significatifs du sinus de l'angle de $57^{gr}30$ sont : 783. (Ce sont les mêmes que ceux du cosinus du complément de $57^{gr}30$, soit $42^{gr}70$ pour les motifs déjà indiqués.) On placera facilement la virgule, sachant que le sinus est de 100^{gr} est égal à l'unité, que le sinus de $6^{gr}38$ est égal à 1/10 et que le sinus des angles compris entre $6^{gr}38$ et 3 grades est compris entre 1/10 et 1/100. L'angle de $57^{gr}30$ étant compris entre 100 et $6^{gr}38$, son sinus est compris entre 1 et 1/10. Il est donc égal à 0.783.

Deuxième cas : *Sinus d'un angle compris entre 0 et 3 grades.* — On admet, ce qui n'est pas tout à fait exact, que le sinus d'un angle compris entre 0 et 3 grades est égal à l'arc qui mesure cet angle. Dans un cercle de rayon égal à 1, la ciconférence a pour mesure 2π, soit 2×3.1416. Un angle de 1^{gr} a donc pour mesure : $\frac{2 \times 3.1416}{400}$ et un angle de *a* grades a pour mesure :

$$\frac{2 \times 3.1416}{400} \times a = a \times \frac{1}{63.66}.$$

Ainsi donc s'il s'agit d'un angle *a* plus petit que 3 grades, on aura la valeur de son sinus en divisant cet angle exprimé en grades par le nombre 63.66.

Cette division se fait très facilement en utilisant le trait de repère 1' de l'échelle inférieure de la réglette, placé, comme nous l'avons vu, à l'emplacement du point correspondant au nombre 63.66.

En effet, on lit l'angle *a* exprimé en grades, comme on lirait un nombre quelconque, sur l'échelle des *nombres-produits* du bord inférieur de la règle. En regard de cette lecture, on amène le repère 1' de la réglette et on lit les chiffres significatifs du sinus cherché, sur l'échelle des *nombres-produits* de la règle, en regard de l'un des traits S (ou ce qui revient au même de l'un des traits 1 ou 10) de la réglette.

Soit, par exemple, à chercher le sinus de l'angle de $0^{gr}614$ (fig. 144 *a*). Le repère 1' de la réglette est amené en regard du nombre 614 lu sur l'échelle inférieure de la règle. En regard du trait 1 ou 10 du bord inférieur de la réglette (ici le trait 10) on lit les chiffres significatifs du sinus cherché : 966 sur l'échelle des *nombres-produits* de la règle.

Reste à placer la virgule, ce qui se fait sans difficulté, car on sait que le sinus de $6^{gr}37$ est égal à 1/10 (nous l'avons déjà dit), que le sinus de $0^{gr}64$ est égal à 1/100, que le sinus de $0^{gr}064$ est égal à 1/1.000 et que le sinus de $0^{gr}0064$ (limite inférieure pratique des angles que l'on considère dans les opérations topographiques d'une assez grande précision) est 1/10.000.

L'angle que nous avons considéré : $0^{gr}614$ étant compris entre $0^{gr}64$ et $0^{gr}064$, son sinus est compris entre 1/100 et 1/1.000 : il est donc égal à : 0,00966.

340. J. *Valeur naturelle de la tangente d'un angle.* — La tangente d'un angle, avons-nous déjà dit ci-dessus, au sous-paragraphe B, mesure la pente d'une droite inclinée de cet angle par rapport à l'horizon.

Pour obtenir les chiffres significatifs de la tangente d'un angle, deux cas sont également à considérer, suivant que l'angle est compris entre 3 et 50 grades ou entre 0 et 3 grades. (Nous rappelons que dans les opérations de nivellement indirect, dans lesquelles on a besoin de faire intervenir la notion de la tangente, on a rarement à faire des visées inclinées de plus de 50 grades par rapport à l'horizon).

Premier cas : *Tangente d'un angle compris entre 3 et 50 grades.* — On déplace la réglette de manière à amener l'un des traits T du bord supérieur de la règle en regard de l'angle lu sur l'échelle des tangentes du bord supérieur de la réglette, et on lit les chiffres significatifs de la tangente cherchée sur l'échelle des *nombres-produits* de la règle, en regard de l'un des traits 1 ou 10 de l'échelle inférieure de la réglette.

Soit, par exemple, à chercher la tangente de l'angle de $6^{gr}12$ (fig. 144 *a*). Le trait T du bord supérieur de la règle (ici celui de droite) est amené sur l'angle $6^{gr}12$ de l'échelle des tangentes de la réglette. En regard du trait 1 ou 10 du bord inférieur de la réglette (ici le trait 10), on lit les chiffres significatifs de la tangente cherchée : 966, sur l'échelle des *nombres-produits* de la règle.

On place la virgule sachant que la tangente d'un angle de 50 grades est égale à l'unité, que celle d'un angle de $6^{gr}35$ est égale à 1/10 et que celle d'un angle compris entre $6^{gr}35$ et 3 grades est comprise entre 1/10 et 1/100.

L'angle considéré dans notre exemple : $6^{gr}12$ étant compris entre $6^{gr}35$ et 3^{gr} sa tangente est comprise entre 1/10 et 1/100. Elle est donc égale à : 0,0966.

Deuxième cas : *Tangente d'un angle compris entre 0 et 3 gra-*

des. — On considère la tangente d'un angle compris entre 0 et 3 grades comme égale au sinus de cet angle et à l'arc qui lui sert de mesure. Dans ces conditions, on procède exactement de la manière indiquée ci-dessus, I, 2ᵉ cas, pour le sinus d'un angle compris entre 0 et 3 grades, aussi bien pour la recherche des chiffres significatifs que pour le placement de la virgule.

341. K. *Valeur naturelle de la cotangente d'un angle.* — Pour les angles compris entre 50 et 97 grades et pour les angles compris entre 97 et 100 grades, on procède comme nous venons de l'indiquer pour la recherche des tangentes des angles compris d'une part entre 50 et 3 grades et d'autre part entre 3 et 0 grades, car la cotangente d'un angle est égale à la tangente de son complément. Mais ici c'est la chiffraison de l'échelle des cotangentes de la réglette qui est considérée.

342. L. *Produit d'une longueur par le cosinus d'un angle.* — C'est l'opération que l'on a à faire quand on cherche la projection horizontale d'une longueur mesurée suivant une ligne inclinée d'un certain angle par rapport à l'horizon (voir Nᵒˢ 153 et 158). On a aussi cette opération à faire dans le calcul des coordonnées (voir Nᵒˢ 301 et 302).

Suivant que l'angle est compris entre 0 et 97 grades, ou entre 97 et 100 grades, on procède comme il a été dit ci-dessus : H et I, 2ᵉ cas, pour le placement de la réglette.

Puis on lit le nombre correspondant à la longueur (abstraction faite de la virgule) sur l'échelle des *nombres-distances* de l'échelle inférieure de la réglette et, en regard de la lecture ainsi faite, on trouve les chiffres significatifs du résultat cherché sur l'échelle des *nombres-produits* de la règle. On place enfin la virgule, sachant que le résultat définitif cherché est égal à la longueur initiale, au dixième, au centième, au millième, au dix-millième de cette longueur suivant que l'angle a les valeurs suivantes : 0 grade, 93.62, 99.36, 99.94, 99.994, ce qui se résume dans le tableau suivant, en désignant par L la longueur à multiplier par le cosinus :

Valeurs de l'angle a..	0^{gr}	$93^{gr}62$	$99^{gr}36$	$99^{gr}94$	$99^{gr}994$
Valeurs de L cos a..	L	$\frac{L}{10}$	$\frac{L}{100}$	$\frac{L}{1000}$	$\frac{L}{10.000}$

Exemples :

1° Soit à faire le produit 87 m. 6 × cos. $42^{gr}70$ (fig. 144 *b*). La réglette étant placée comme il a été dit au sous-paragraphe H, on lit 876 sur l'échelle inférieure de la réglette et en regard sur l'échelle des *nombres-produits* de la règle on trouve : 686. L'angle $42^{gr}70$ étant compris entre 0 et $93^{gr}62$, le résultat cherché est compris entre 87 m. 6 et $\frac{87.6}{10} = 8.76$; il est donc de 68 m. 6. Le calcul exact donne 68 m. 62.

2° Soit à faire le produit 91 m. 8 cos 99.386. Cette opération donne le même résultat que la suivante, 91 m. 8 sinus $0^{gr}614$. Nous indiquerons, au sous-paragraphe suivant, deuxième exemple, la manière de faire cette dernière.

343. M. *Produit d'une longueur par le sinus d'un angle.* — On a à faire cette opération quand on cherche la différence de niveau entre deux points, connaissant la distance qui sépare ces deux points, mesurés suivant la ligne qui les joint, et l'angle d'inclinaison de cette ligne par rapport à l'horizon (voir N° 180). On a aussi une opération analogue à faire dans le calcul des coordonnées (voir Nᵒˢ 301 et 302).

Suivant que l'angle est compris entre 3 et 97 grades, ou entre 0 et 3 grades, on place la réglette comme nous l'avons indiqué au sous-paragraphe I (premier et deuxième cas). Puis faisant abstraction de la virgule on lit le nombre correspondant à la longueur sur l'échelle des *nombres-distances* de la réglette.

En regard de la lecture ainsi faite, on trouve les chiffres significatifs du résultat cherché sur l'échelle des *nombres-produits* de la règle. On place la virgule en tenant compte des indications du tableau suivant :

Valeurs de l'angle a :	100^{gr}	$6^{gr}38$	$0^{gr}64$	$0^{gr}06$	$0^{gr}006$
Valeurs de L sin a :	L	$\frac{L}{10}$	$\frac{L}{100}$	$\frac{L}{1.000}$	$\frac{L}{10.000}$

Exemple :

1° Soit à calculer 115 m. 4 × sinus $57^{gr}30$ (fig. 144 *b*).

On place la réglette comme il a été dit au sous-paragraphe I, premier cas.

On lit 1154 sur l'échelle inférieure de la réglette et en regard de cette lecture, sur l'échelle des *nombres-produits* de la règle, on trouve les chiffres significatifs 9045 du nombre cherché. Comme l'angle est compris entre 100^{gr} et $6^{gr}38$, le résultat de l'opération doit être compris entre 115 m. 4 et $\frac{115.4}{10} = 11.54$. Il est donc égal à 90 m. 45. Le calcul exact donne : 90 m. 40.

2° Soit à faire le produit : 91 m. 8 sinus $0^{gr}614$ (fig. 144 *a*). La réglette étant placée comme il a été indiqué (I, 2ᵉ cas), on lit 918 sur l'échelle du bord inférieur de la réglette et en regard de la lecture on trouve sur l'échelle des *nombres-produits* de la règle, les chiffres significatifs 887 du résultat cherché. L'angle $0^{gr}614$ étant compris entre $0^{gr}64$ et $0^{gr}06$, le produit est compris entre

$$\frac{91.8}{100} = 0.918 \text{ et } \frac{91.8}{1.000} = 0.0918.$$

Il est donc égal à 0 m. 887. Le calcul exact donne: 0 m. 885.

344. N. *Produit d'une longueur par la tangente d'un angle.* — On a cette opération à faire lorsque, connaissant la distance horizontale séparant deux points et l'angle d'inclinaison de la ligne qui les joint par rapport à l'horizon, on veut obtenir la différence de niveau existant entre ces deux points.

Suivant que l'angle est compris entre 3 et 50 grades, ou entre 0 et 3 grades, on procède comme il a été dit au sous-paragraphe J, premier et deuxième cas, au placement de la réglette. La distance étant lue sur l'échelle inférieure de la réglette, on trouve en procédant comme dans le cas du cosinus ou du sinus, les chiffres significatifs de la différence de niveau cherchée sur l'échelle des *nombres-produits* de la règle. Puis on place la virgule en tenant compte des indications du tableau suivant:

Valeurs de l'angle a:	50^{gr}	$6^{gr}35$	$0^{gr}64$	$0^{gr}064$	$0^{gr}006$
Valeurs de L tang. a:	L	$\frac{L}{10}$	$\frac{L}{100}$	$\frac{L}{1.000}$	$\frac{L}{10.000}$

Exemples:

1° Soit à calculer 75 m. 2 tang. $6^{gr}12$ (fig. 144, *a*).

On place la réglette comme il a été dit au sous-paragraphe J, premier cas.

On lit 752 sur l'échelle inférieure de la réglette et en regard de cette lecture se trouve sur l'échelle des *nombres-produits* de la règle les chiffres significatifs de la différence de niveau cherchée: 726. On place la virgule en utilisant les données du tableau ci-dessus et on trouve que la différence de niveau cherchée est de 7 m. 26.

2° Soit à calculer 91 m. 8 tangente $0^{gr}614$. On considère ce produit comme étant égal à 91 m. 8 sinus $0^{gr}614$ et on obtient le même résultat que celui indiqué ci-dessus (M, 2e cas).

345. O. *Produit d'une longueur par la cotangente d'un angle.* — On place la réglette suivant les indications données ci-dessus (K) puis on opère comme dans le cas de la tangente. Le tableau suivant sert au placement de la virgule.

Valeurs des angles a:	50^{gr}	$93^{gr}65$	$99^{gr}36$	$99^{gr}936$	$99^{gr}994$
Valeurs de L cotang. a:	L	$\frac{L}{10}$	$\frac{L}{100}$	$\frac{L}{1.000}$	$\frac{L}{10.000}$

On a rarement à faire cette opération en topographie. Si elle se présente on peut employer aussi le mode opératoire que nous allons indiquer au sous-paragraphe ci-dessous pour $\frac{L}{\text{tang. } a}$ car on sait que l'on a: $\frac{L}{\text{tang. } a} = L \text{ cotang. } a$.

346. P. *Division d'une longueur par le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle:* $\frac{L}{\text{cos. } a}$, $\frac{L}{\text{sin. } a}$, $\frac{L}{\text{tang. } a}$.

Le placement de la réglette se fait de la même manière que s'il s'agissait de calculer L cos a, L sin. a, L tang. a. Mais ici la longueur L est lue sur l'échelle des *nombres-produits* de la règle et le résultat cherché se trouve sur l'échelle inférieure de la réglette.

Pour le placement de la virgule, on utilise le tableau suivant:

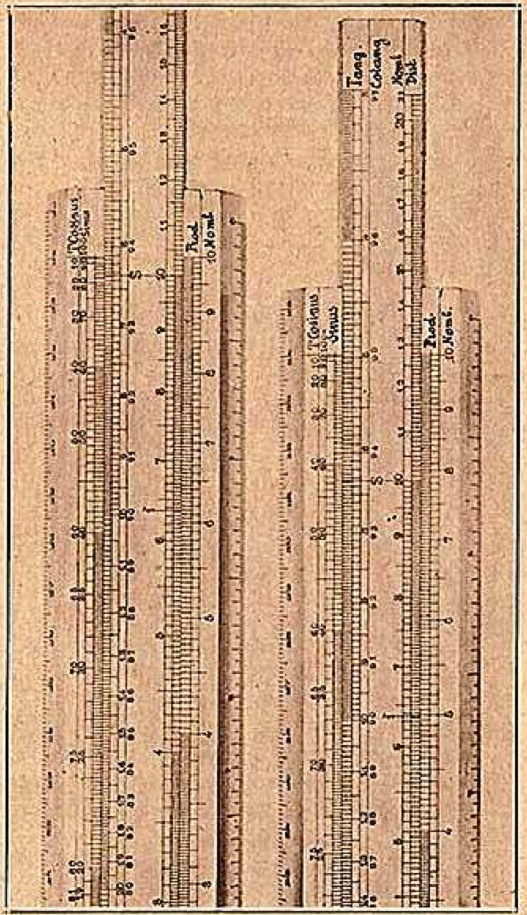
Valeurs de l'angle a:	0^{gr}	$93^{gr}62$	$99^{gr}36$	$99^{gr}94$	$99^{gr}994$
Valeurs de $\frac{L}{\text{cos. } a}$:	L	10 L	100 L	1000 L	10.000 L
Valeurs de l'angle a:	100^{gr}	$6^{gr}38$	$0^{gr}64$	$0^{gr}06$	$0^{gr}006$
Valeurs de $\frac{L}{\text{sin. } a}$:	L	10 L	100 L	1000 L	10.000 L
Valeurs de l'angle a:	50^{gr}	$6^{gr}35$	$0^{gr}64$	$0^{gr}06$	$0^{gr}006$
Valeurs de $\frac{L}{\text{tang. } a}$:	L	10 L	100 L	1000 L	10.000 L

347. Q. *Produit d'une longueur par le cosinus carré d'un angle.* — C'est l'opération que l'on a à faire quand on mesure les distances par les procédés stadimétriques, en utilisant une mire verticale (voir Nos 155 et 158).

Comme L $\cos^2 a$ = L cos a × cos a, on fait d'abord le produit L cos a = L′, puis on fait le produit L′ cos a (voir ci-dessus L). Cette double opération ne nécessite qu'une seule manœuvre de la réglette.

Soit par exemple à calculer 87 m. 60 $\cos^2 42^{gr}70$ (fig. 144 *b*). La première opération 87.6 × cos $42^{gr}70$ donne (L — 1er cas) 68 m. 6.

Pour la deuxième opération. on ne change pas la position de la réglette: on lit cette fois 68.6 sur l'échelle inférieure de la



a *b*

Fig. 144

réglette et on trouve 52.2 sur l'échelle des *nombres-produits* de la règle.

On opérerait de même dans le cas d'un angle compris entre 97

et 100 grades, en passant par le sinus du complément et en utilisant le repère 1'.

348. R. *Produit d'une longueur par le sinus puis par le cosinus d'un angle.* — C'est l'opération que l'on a à faire pour déterminer la différence de niveau entre deux points, quand on mesure les distances par les procédés stadimétriques en utilisant une mire verticale (N°. 181).

Il s'agit de faire les opérations suivantes: L sin *a* cos *a*.

On fait d'abord la première L sin *a* (sous-paragraphe M), ce qui donne une longueur L', puis la deuxième L' cos *a* (sous-paragraphe L). Mais dans ce cas il faut manœuvrer deux fois la réglette, la première pour amener l'un des traits S qu'elle porte en regard de l'angle *a* lu sur l'échelle des sinus de la règle, et la deuxième fois pour amener, après avoir lu L', l'un des traits S de la réglette en regard de l'angle *a* lu sur l'échelle des cosinus de la règle.

Mais on peut éviter cette double manœuvre de la réglette en se souvenant (voyez N° 181) que l'on a:

$$L \sin a \times \cos a = \frac{L}{2} \sin 2\, a.$$

Il n'y a donc qu'à doubler la valeur de l'angle *a* et à utiliser comme longueur la moitié de la longueur donnée.

Ainsi: $84.6 \sin 6^{gr}82 \cos 6^{gr}82 = 42.3 \times \sin 13^{gr}64$.

On retombe sur le cas du sous-paragraphe M.

Remarque. — Dans le cas du calcul du produit L $\cos^2 a$, on peut éviter la double lecture, sachant que:

$$L \cos^2 a = \frac{L}{2} + \frac{L}{2} \cos 2\, a.$$

Ainsi: $127.4 \cos^2 31.4 = 63.7 + 63.7 \times \cos 62.8$.

A la demi-longueur on n'a qu'à ajouter le produit de cette demi-longueur par le cosinus de l'angle double de l'angle donné. Cette dernière opération est celle du sous-paragraphe L.

~~349. Règles portant des échelles des cosinus carrés et des sinus × cosinus. — Certaines règles à calcul, établies pour l'usage des topographes, portent une échelle des cosinus carrés et une échelle des sinus × cosinus. Telle est, entre autres, la règle Nestler, du type dit « Universal », dont les détails sont représentés sur les figures 145 *a*, *b* et 146 *a*, *b*. En voici une description succincte:~~